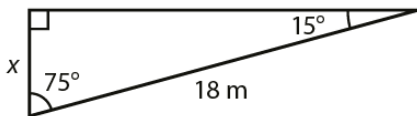


6.1

a)



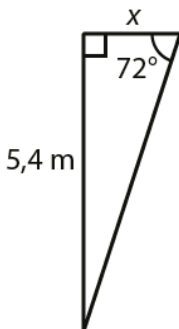
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\sin 15^\circ = \frac{x}{18} \quad | \cdot 18 \quad \text{Kulman sini on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.}$$

$$x = 18 \cdot \sin 15^\circ$$

$$x \approx 4,7 \text{ (m)}$$

b)



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\tan 72^\circ = \frac{5,4}{x} \quad | \cdot x : \tan 72^\circ \quad \text{Kulman tangentti on vastaisen kateetin suhde viereiseen kateettiin.}$$

$$x = \frac{5,4}{\tan 72^\circ}$$

$$x \approx 1,8 \text{ (m)}$$

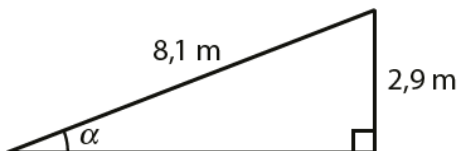
Vastaus

a) $4,7\text{ m}$

b) $1,8\text{ m}$

6.2

- a) Merkitään terävää kulmaa kirjaimella α .



Lasketaan kulman α suuruus.

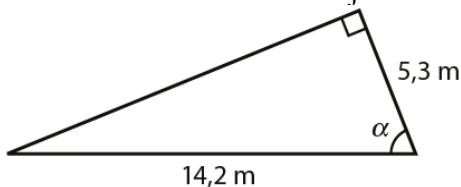
$$\sin \alpha = \frac{2,9}{8,1}$$

Kulman sini on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{2,9}{8,1} \right)$$

$$\alpha \approx 21^\circ$$

- b) Merkitään terävää kulmaa kirjaimella α .



Lasketaan kulman α suuruus.

$$\cos \alpha = \frac{5,3}{14,2}$$

Kulman kosini on viereisen kateetin suhde hypotenuusaan.

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{5,3}{14,2} \right)$$

$$\alpha \approx 68^\circ$$

Vastaus

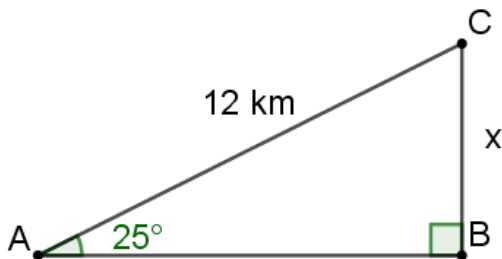
a) 21°

b) 68°

6.3

Merkitään lentokoneen lentokorkeutta kirjaimella x .

Piirretään mallikuvio. Lentokorkeus x on suorakulmaisen kolmion 25° :n kulman vastaisen kateetin pituus. Hypotenuusan pituus on 12 km.



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\sin 25^\circ = \frac{x}{12} \quad | \cdot 12$$

$$x \approx 5,1 \text{ (km)}$$

Kulman sini on vastaisen kateetin
suhde hypotenuusaan.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

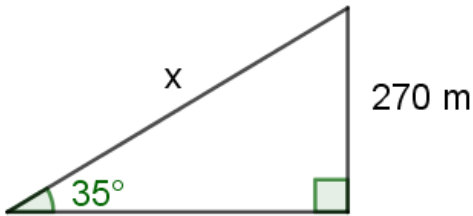
Lentokone lentää 5,1 km:n korkeudella.

Vastaus

5,1 km

6.4

Piirretään mallikuva ja merkitään suorakulmaisen kolmion hypotenuusan pituus kirjaimella x .



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\sin 35^\circ = \frac{270}{x}$$

Kulman sini on vastaisen kateetin
suhde hypotenuusaan.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

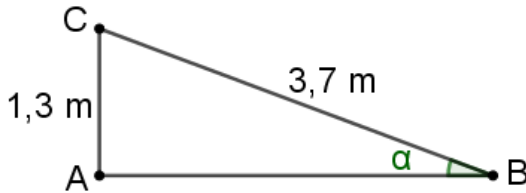
$$x \approx 470 \text{ (m)}$$

Vastaus

470 m

6.5

Piirretään kuva. Merkitään kaltevuuskulmaa kirjaimella α .



Lasketaan kulman α suuruus.

$$\sin \alpha = \frac{1,3}{3,7}$$

Kulman sini on vastaisen kateetin
suhde hypotenuusaan.

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1,3}{3,7}\right)$$

Varmista, että laskin antaa kulman asteina.

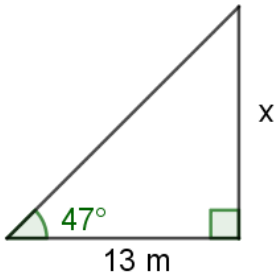
$$\alpha \approx 21^\circ$$

Vastaus

21°

6.6

Piirretään mallikuva ja merkitään puun pituutta kirjaimella x .



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\tan 47^\circ = \frac{x}{13}$$

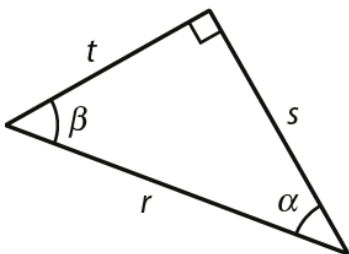
$$x \approx 14 \text{ (m)}$$

Kulman tangentti on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

Vastaus

14 m

6.7



- a) Kulman sini on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.

$$\sin \alpha = \frac{t}{r}$$

Vaihtoehto 5 on oikein.

- b) Kulman kosini on viereisen kateetin suhde hypotenuusaan.

$$\cos \alpha = \frac{s}{r}$$

Vaihtoehto 3 on oikein.

- c) Kulman tangentti on vastaisen kateetin suhde viereiseen kateettiin.

$$\tan \alpha = \frac{t}{s}$$

Vaihtoehto 2 on oikein.

- d) Kulman sini on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.

$$\sin \beta = \frac{s}{r}$$

Vaihtoehto 3 on oikein.

- e) Kulman kosini on viereisen kateetin suhde hypotenuusaan.

$$\cos \beta = \frac{t}{r}$$

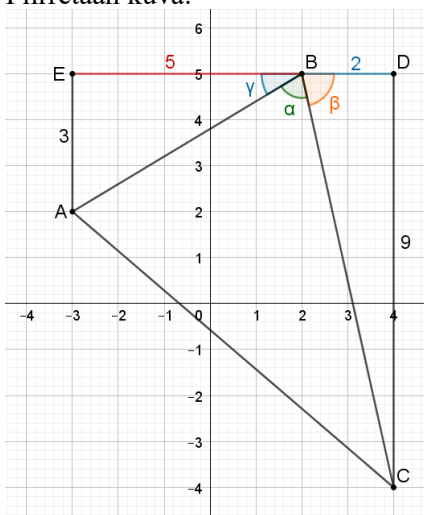
Vaihtoehto 5 on oikein.

Vastaus

- | | | |
|------|------|------|
| a) 5 | b) 3 | c) 2 |
| d) 3 | e) 5 | |

6.8

Piirretään kuva.



Ratkaistaan kulmien β ja γ suuruudet suorakulmaisten kolmioiden avulla. Kateettien pituudet voidaan laskea koordinaatiston ruutujen avulla.

$$\tan \gamma = \frac{3}{5}$$

Kulman tangenti on vastaisen kateetin suhde viereiseen kateettiin.

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\gamma \approx 30,964^\circ$$

$$\tan \beta = \frac{9}{2}$$

Kulman tangenti on vastaisen kateetin suhde viereiseen kateettiin.

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$\beta \approx 77,471^\circ$$

Lasketaan kulman ABC suuruus.

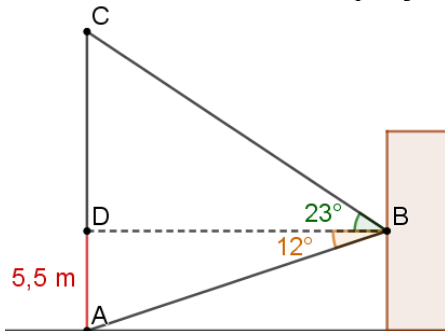
$$\begin{aligned} \sphericalangle ABC &= 180^\circ - 30,964^\circ - 77,471^\circ \\ &\approx 71,6^\circ \end{aligned}$$

Vastaus

$$\sphericalangle ABC = 71,6^\circ$$

6.9

Piirretään kuva. Jana AC on puu ja ikkuna on pisteessä B .



Muodostetaan yhtälö kolmiosta ABD ja ratkaistaan janan DB pituus.

$$\tan 12^\circ = \frac{5,5}{DB} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$DB \approx 25,875$$

Muodostetaan yhtälö kolmiosta DBC ja ratkaistaan janan DC pituus.

$$\tan 23^\circ = \frac{DC}{25,875} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$DC \approx 10,983$$

Lasketaan puun korkeus eli janan AC pituus.

$$AC = AD + DC = 5,5 + 10,983 \approx 16,5 \text{ (m)}$$

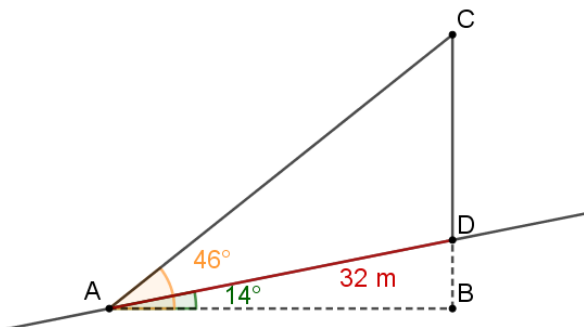
Puun pituus on $16,5 \text{ m}$.

Vastaus

$16,5 \text{ m}$

6.10

Piirretään mallikuva.



Muodostetaan yhtälö kolmiosta ABD ja ratkaistaan janan AB pituus.

$$\cos 14^\circ = \frac{AB}{32} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$AB \approx 31,049$$

Muodostetaan yhtälö kolmiosta ABD ja ratkaistaan janan BD pituus.

$$\sin 14^\circ = \frac{BD}{32} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$BD \approx 7,742$$

Muodostetaan yhtälö kolmiosta ABC ja ratkaistaan janan BC pituus.

$$\tan 46^\circ = \frac{BC}{31,049} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$BC \approx 32,152$$

Ratkaistaan puun pituus eli janan DC pituus.

$$DC = BC - BD = 32,152 - 7,742 \approx 24 \text{ (m)}$$

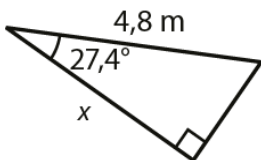
Puun pituus on 24 m.

Vastaus

24 m

6.11

a) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan sivun x pituus.



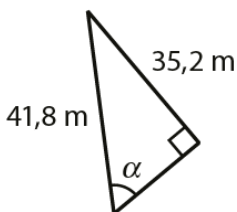
$$\cos 27,4^\circ = \frac{x}{4,8}$$

$$x = 4,8 \cdot \cos 27,4^\circ$$

$$x \approx 4,3 \text{ (m)}$$

Kulman kosini on viereisen kateetin
suhde hypotenuusaan.

b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan kulman α suuruus.



$$\sin \alpha = \frac{35,2}{41,8}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{35,2}{41,8} \right)$$

$$\alpha \approx 57,4^\circ$$

Kulman sini on vastaisen kateetin
suhde hypotenuusaan.

Vastaus

a) 4,3 m b) $57,4^\circ$

6.12

Piirretään mallikuva ja merkitään pylvään korkeus kirjaimella x .



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\tan 68^\circ = \frac{x}{6,4} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \approx 16 \text{ (m)}$$

Pylvään korkeus on 16 m .

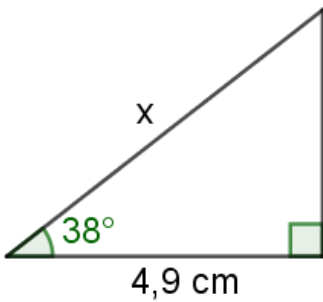
Vastaus

16 m

6.13

Annettu terävä kulma on kolmion pienin kulma, sillä toinen terävä kulma on $180^\circ - 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$. Pidemmän kateetin täytyy siis olla 52° :n kulman vastainen kateetti.

Piirretään mallikuva ja merkitään hypotenuusan pituutta kirjaimella x .



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

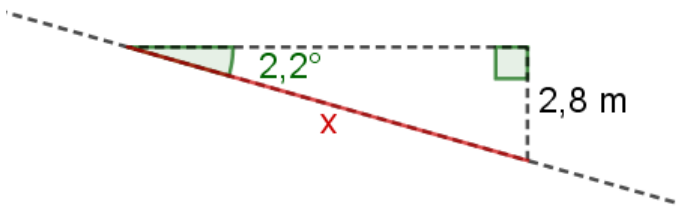
$$\cos 38^\circ = \frac{4,9}{x} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \approx 6,2 \text{ (cm)}$$

Vastaus

6,2 cm

6.14

Piirretään mallikuva. Merkitään kysyttyä matkaa kirjaimella x .



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

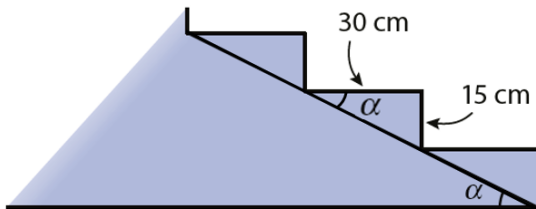
$$\sin 2,2^\circ = \frac{2,8}{x} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \approx 73 \text{ (m)}$$

Vastaus

73 m

6.15

Täydennetään kuvaa.



Samankohtaiset kulmat α ovat yhtä suuret.

Muodostetaan yhtälö suorakulmaisesta kolmiosta, jonka kateettien pituudet ovat 30 cm ja 15 cm.

$$\tan \alpha = \frac{15}{30} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$\alpha \approx 27^\circ$$

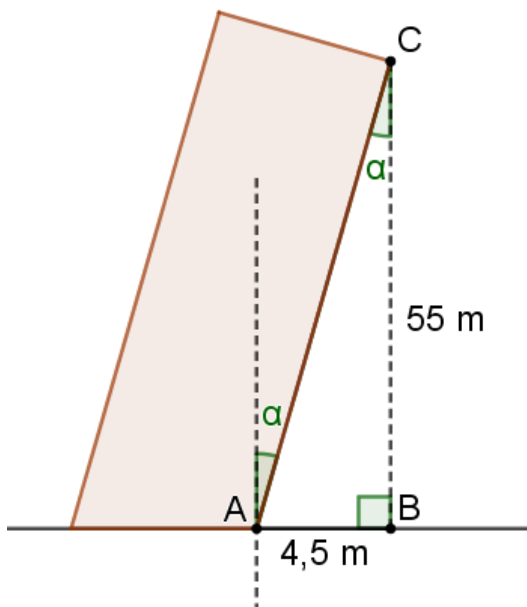
Portaiden kaltevuuskulma on 27° .

Vastaus

27°

6.16

Piirretään mallikuva ja merkitään kallistuskulmaa kirjaimella α .



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan kulman α suuruus.

$$\tan \alpha = \frac{4,5}{55} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$\alpha \approx 4,7^\circ$$

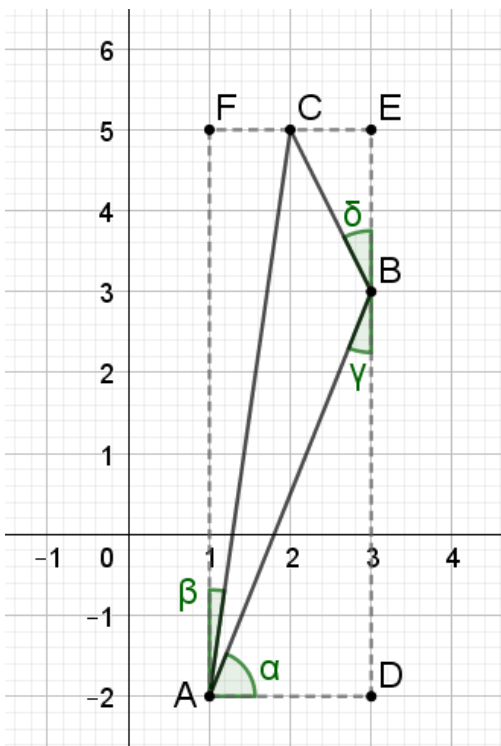
Torni on kallistunut $4,7^\circ$.

Vastaus

$4,7^\circ$

6.17

Piirretään kolmio ja sen ympärille suorakulmio. Merkitään muodostuneiden suorakulmaisten kolmioiden teräviä kulmia kirjaimilla α , β , γ ja δ .



Luetaan mitat kuviosta, muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan merkitty kulma.

$$\tan \alpha = \frac{5}{2} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$\alpha \approx 68,199^\circ$$

$$\tan \beta = \frac{1}{7} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$\beta \approx 8,130^\circ$$

$$\tan \gamma = \frac{2}{5} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$\gamma \approx 21,801^\circ$$

$$\tan \delta = \frac{1}{2} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$\delta \approx 26,565^\circ$$

Kulma DAF on suora. Lasketaan kolmion ABC kulman A suuruus.

$$\sphericalangle A = 90^\circ - 68,199^\circ - 21,801^\circ \approx 13,7^\circ$$

Kulma EBD on oikokulma. Lasketaan kolmion ABC kulman B suuruus.

$$\sphericalangle B = 180^\circ - 21,810^\circ - 26,565^\circ \approx 131,6^\circ$$

Kolmion kulmien summa on 180° . Lasketaan kolmion ABC kulman C suuruus.

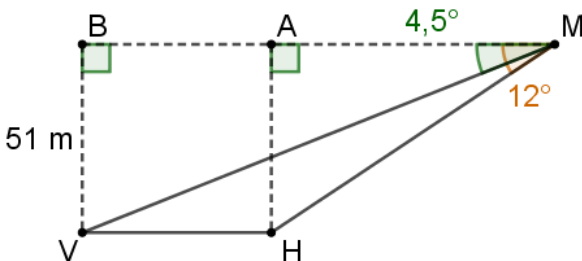
$$\sphericalangle C = 180^\circ - 13,671^\circ - 131,625^\circ \approx 34,7^\circ$$

Vastaus

$$\sphericalangle A = 13,7^\circ; \sphericalangle B = 131,6^\circ \text{ ja } \sphericalangle C = 34,7^\circ$$

6.18

Piirretään kuva. Merkitään majakassa olevaa tähytyspaikkaa kirjaimella M , hyljettä kirjaimella H ja venettä kirjaimella V .



Muodostetaan suorakulmaisesta kolmiosta VMB yhtälö ja ratkaistaan janan BM pituus.

$$\tan 4,5^\circ = \frac{51}{BM} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$BM \approx 648,02 \text{ (m)}$$

Muodostetaan kolmiosta HMA yhtälö ja ratkaistaan janan AM pituus.

$$\tan 12^\circ = \frac{51}{AM} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$AM \approx 239,94 \text{ (m)}$$

Lasketaan hylkeen ja veneen etäisyys eli janan VH pituus.

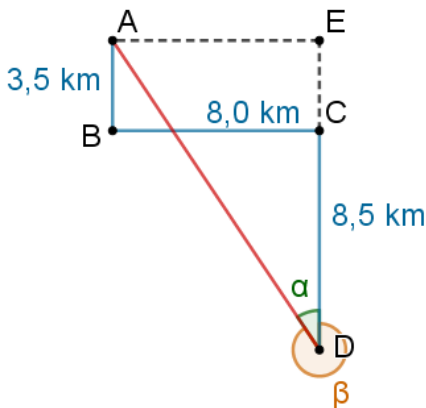
$$VH = BA = BM - AM = 648,02 - 239,94 \approx 410 \text{ (m)}$$

Vastaus

410 m

6.19

Piirretään kuva.



Muodostetaan suorakulmaisesta kolmiosta DEA yhtälö ja ratkaistaan kulman α suuruus. Sivun AE pituus on 8,0 km ja sivun DE pituus 3,5 km + 8,5 km.

$$\tan \alpha = \frac{8,0}{3,5 + 8,5} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$\alpha \approx 33,69^\circ$$

Lasketaan kompassisuunta β , johon punaisella merkittyllä paluureitillä täytyy suunnata. Täysikulman suuruus on 360° .

$$\beta = 360^\circ - 33,69^\circ \approx 326^\circ$$

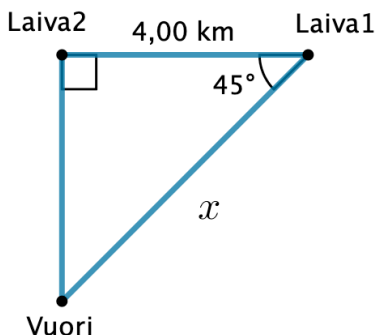
Kompassisuunta paikasta B paikkaan A on 326° .

Vastaus

suuntaan 326°

6.20

Piirretään mallikuva kolmiosta merenpinnan tasossa.



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan laivan etäisyys x vuoresta alkutilanteessa.

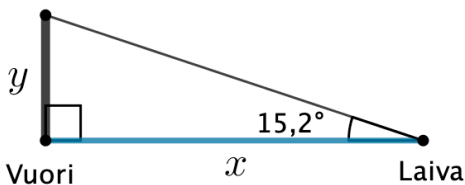
$$\cos 45^\circ = \frac{4,00}{x}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 5,657$$

Merkitään vuoren korkeutta kirjaimella y . Piirretään mallikuva alkutilanteesta, jossa vuori näkyy $15,2^\circ$ merenpinnan yläpuolella.

Vuorenhuippu



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan y .

$$\tan 15,2^\circ = \frac{y}{5,657}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$y \approx 1,54 \text{ (km)}$$

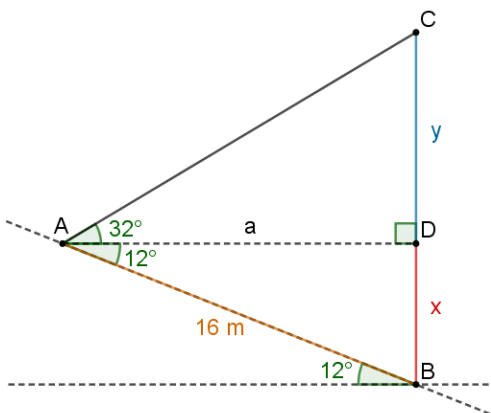
Vuoren korkeus on 1,54 km.

Vastaus

1,54 km

6.21

Käytetään kuvion merkintöjä.



Puun pituus on janan BC pituus.

Muodostetaan suorakulmaisesta kolmiosta ABD yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\sin 12^\circ = \frac{x}{16} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx 3,33 \text{ (m)}$$

Muodostetaan suorakulmaisesta kolmiosta ADC yhtälö ja ratkaistaan y .

$$\cos 12^\circ = \frac{a}{16} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$a \approx 15,65 \text{ (m)}$$

Muodostetaan kolmiosta ADC yhtälö ja ratkaistaan y .

$$\tan 32^\circ = \frac{y}{15,65} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$y \approx 9,78 \text{ (m)}$$

Lasketaan puun korkeus.

$$BC = x + y = 3,33 + 9,78 \approx 13 \text{ (m)}$$

Puun korkeus on 13 m.

Vastaus

13 m